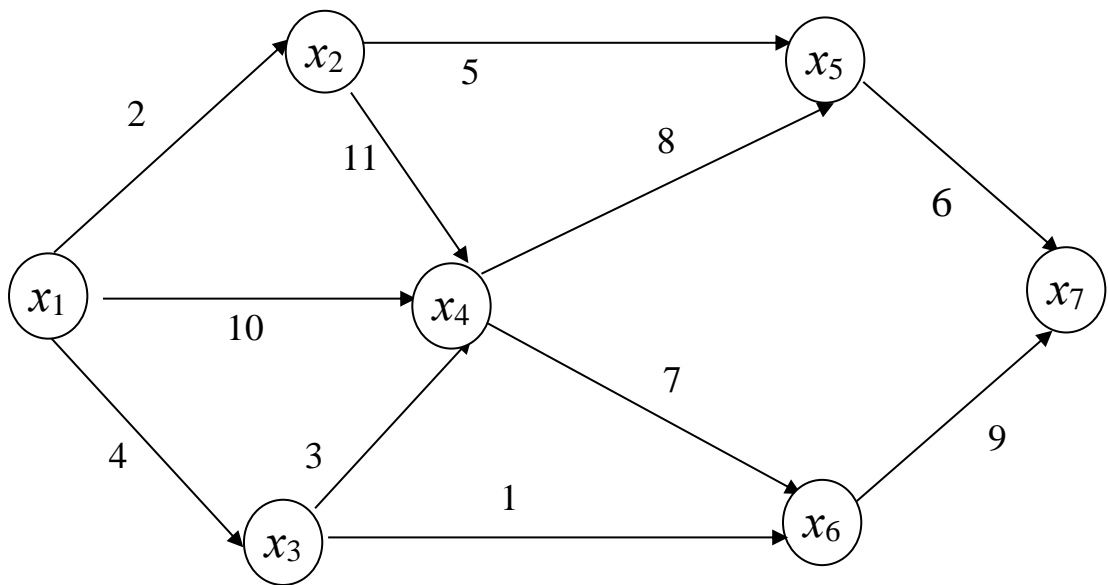


Задача нахождения кратчайшего пути

Пример 1. Определить кратчайшее расстояние между узлами x_1 и x_7 .



Решение. Найдем последовательно значения U_j для каждого узла от исходного узла до узла назначения.

$$U_1 = 0.$$

$$U_2 = U_1 + d_{12} = 0 + 2 = 2.$$

$$U_3 = U_1 + d_{13} = 0 + 4 = 4.$$

$$U_4 = \min\{ U_1 + d_{14}, U_2 + d_{24}, U_3 + d_{34} \} = \min\{0 + 10, 2 + 11, \mathbf{4 + 3}\} = 7.$$

$$U_5 = \min\{ U_2 + d_{25}, U_4 + d_{45} \} = \min\{\mathbf{2 + 5}, 7 + 8\} = 7.$$

$$U_6 = \min\{ U_3 + d_{36}, U_4 + d_{46} \} = \min\{\mathbf{4 + 1}, 7 + 7\} = 5.$$

$$U_7 = \min\{ U_5 + d_{57}, U_6 + d_{67} \} = \min\{\mathbf{7 + 6}, 5 + 9\} = 13.$$

Для определения кратчайшего расстояния между узлами x_1 и x_7 получена обратная последовательность узлов и дуг.

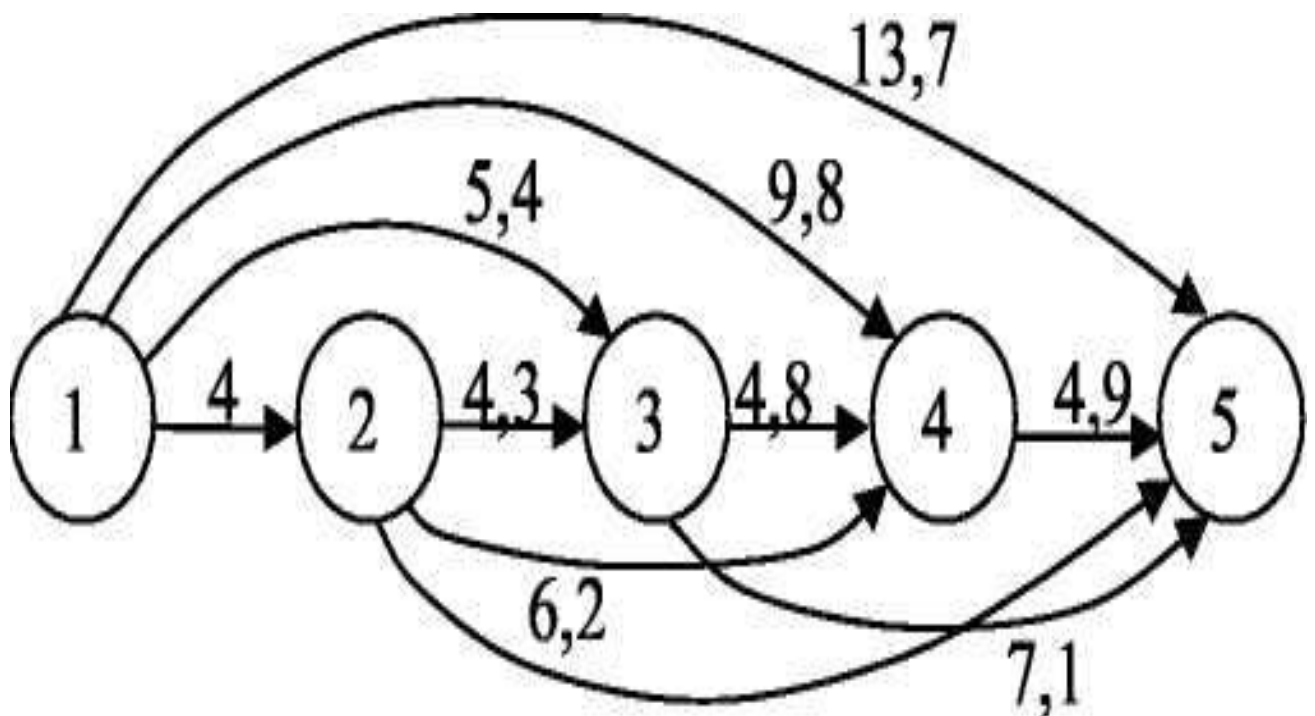
$$x_7 \rightarrow d_{57} \rightarrow x_5 \rightarrow d_{25} \rightarrow x_2 \rightarrow d_{12} \rightarrow x_1.$$

Минимальное расстояние между узлами x_1 и x_7 равно 13, а соответствующий маршрут равен $\{x_1, x_2, x_5, x_7\}$.

Задача замены автомобильного парка

Пример 2. Фирма по прокату автомобилей планирует замену автомобильного парка на очередные пять лет. Автомобиль должен проработать не менее одного года, прежде чем фирма поставит вопрос о его замене. На рисунке приведены стоимости замены автомобилей (в тыс. долл.), зависящие от времени замены и числа лет, в течение которых автомобиль находился в эксплуатации.

Определить план замены автомобилей, обеспечивающий при этом минимальные расходы.



Решение.

$$U_1 = 0.$$

$$U_2 = U_1 + d_{12} = 0 + 4 = 4.$$

$$U_3 = \min\{U_1 + d_{13}; U_2 + d_{23}\} = \min\{0 + 5,4; 4 + 4,3\} = 5,4.$$

$$U_4 = \min\{U_1 + d_{14}; U_2 + d_{24}; U_3 + d_{34}\} = \min\{0 + 9,8; 4 + 6,2; 5,4 + 4,8\} = 9,8.$$

$$U_5 = \min\{U_1 + d_{15}; U_2 + d_{25}; U_3 + d_{35}; U_4 + d_{45}\} = \min\{0 + 13,7; 4 + 8,1; 5,4 + 7,1; 9,8 + 4,9\} = 12,1.$$

Кратчайший путь 1 – 2 – 5 со стоимостью 12,1 тыс. долл. Это означает, что каждый автомобиль заменяется через два года, а через пять – списывается.